Colegio Mayol
CENTRO BILINGÜE

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

UNIDAD1: NÚMEROS REALES

VALOR ABSOLUTO

1. Opera con valores absolutos:

a) $|1-6|$ **c)** $|1|+|-6|$ **e)** $|1(-6)|-[1(-6)]$

b) $|1|-|6|$ **f)** $|1(-6)|-(|1||-6|)$

2. Expande las siguientes expresiones, como en el ejemplo anterior:

a) $|x+5|$ **c)** $\left|\frac{3}{2}-x\right|$ **e)** $|x-3|+x$

b) $|5-x|$ **d)** $\left|\frac{3}{2}-\frac{x}{5}\right|$ **f)** $|x+3|-x$

3. Representa los siguientes números racionales:

a) $\frac{5}{7}$ **c)** $\frac{11}{24}$ **e)** $-\frac{11}{5}$

b) $\frac{7}{5}$ **d)** $-\frac{3}{8}$ **f)** $-\frac{15}{2}$

4. Representa los siguientes números irracionales:

a) $\sqrt{12}$ **b)** $\sqrt{18}$ **c)** $\sqrt{7}$

POTENCIAS

1.Expresa en forma de potencia, utilizando las propiedades de las potencias.

a) $8^{-2}\left(\frac{1}{16}\right)^{-3}$ **c)** $25^{-2}\left(\frac{1}{5}\right)^{3}\left(\frac{1}{125}\right)^{-2}$ **e)** $\dfrac{\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}\cdot 8^{3}\cdot\frac{1}{32}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}\cdot 16^{-2}}$

b) $\dfrac{\left(\frac{125}{27}\right)^{0}\left(\frac{9}{25}\right)^{-3}\left(\frac{5}{3}\right)^{6}}{\left(\frac{27}{125}\right)^{-2}}$ **f)** $\dfrac{\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}\left(\frac{25}{4}\right)^{-3}\frac{1}{25^{2}}}{4^{-2}\left(\frac{2}{5}\right)^{4}}$

c) Simplifica las siguientes expresiones, reduciendo primero las potencias de base negativa.

$\dfrac{(-16)^{-1}(-4)^{5}\,32}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}(-8)^{0}\,\frac{1}{64}}$ **b)** $\dfrac{a^{3}\left(\frac{1}{a^{-2}}\right)^{4}(-a)^{3}\,\frac{1}{a}}{(-a)^{-4}\,a^{7}\left(\frac{1}{a}\right)^{-2}}$ **c)** $\dfrac{81^{-3}\cdot\left(-\frac{1}{9}\right)^{-5}\cdot 27}{\frac{1}{3}\cdot(-3)^{7}\cdot 9}$

Colegio Mayol
CENTRO BILINGÜE

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

RADICALES

1. Calcula, si existen, las siguientes raíces.

a) $\sqrt[3]{-1331}$ **b)** $\sqrt[5]{32}$ **c)** $\sqrt{-4}$ **d)** $\sqrt[4]{4096}$ **e)** $\sqrt{\dfrac{4}{9}}$ **f)** $\sqrt{0{,}04}$

d) Simplifica las siguientes expresiones. $\sqrt{25\sqrt[4]{25\sqrt[3]{25}}}$ **c)** $\sqrt{7x^4+\sqrt[3]{243x^6\sqrt{9x^{12}}}}$ **e)**
$\sqrt[3]{\dfrac{4}{27}\sqrt{\dfrac{8}{9}\sqrt[4]{\dfrac{4}{81}}}}$

b) $\sqrt[3]{-9+\sqrt[4]{3+\sqrt[5]{-32}}}$ **d)** $\sqrt[3]{-4b\sqrt[4]{20b^8-\sqrt[3]{64b^{24}}}}$ **f)** $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{27}}}}$

2. Opera y simplifica.

a) $5\sqrt{3}-\sqrt{3}\left(3+\sqrt{3}\right)-\left(\sqrt{3}+1\right)^2$ **b)** $\left(2+3\sqrt{2}\right)\sqrt{2}-\left(2-\sqrt{2}\right)^2+\left(3-2\sqrt{2}\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)$

Realiza las siguientes sumas y restas de radicales.

a) $10\sqrt{\dfrac{8}{25}}-\dfrac{1}{6}\sqrt{32}+5\sqrt{\dfrac{2}{9}}$ **b)** $\sqrt[3]{27a}-\sqrt[6]{64a^2}-\sqrt[3]{a}$ **c)** $\sqrt{300a^3}+\dfrac{5}{2}\sqrt{192a^3}-\dfrac{1}{a}\sqrt{1875a^5}$

3. Opera y simplifica.

a) $\dfrac{\sqrt{2\sqrt[3]{2}}\cdot\sqrt[4]{8}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4}}$ **c)** $\dfrac{\sqrt[3]{ab^2c}}{\sqrt{ab}}:\sqrt[6]{\dfrac{ac^2}{b}}$ **e)** $\dfrac{\sqrt{a\sqrt{a}}}{\sqrt{a\sqrt[4]{a^3}}}:\dfrac{\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{a\sqrt{a}}}{a}}}{\sqrt{a\sqrt[3]{a}}}$

b) $\dfrac{\sqrt{16\sqrt[3]{12}}\cdot\sqrt{18}}{\sqrt[3]{12\sqrt{16}}}:\sqrt[6]{\dfrac{1}{81}}$ **d)** $\dfrac{\sqrt[3]{a}\,\sqrt{a^3\sqrt{a}}}{\sqrt[6]{a\sqrt{a^3}}}:\sqrt[3]{\dfrac{1}{a}}$ **f)** $\dfrac{\sqrt[3]{a^2b}\,\sqrt[6]{a^2b}}{\dfrac{1}{\sqrt{a^2b^3}}}$

4. Racionaliza, opera y simplifica.

a) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ **c)** $\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ **e)** $\dfrac{\sqrt{15}}{2\sqrt{5}-5}$

b) $\dfrac{\sqrt{18}+2}{\sqrt{2}}$ d) $\dfrac{1}{2\sqrt{2}+3}$ f) $\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}-\dfrac{1}{1-\sqrt{3}}$

INTERVALOS Y ENTORNOS

1. Expresa como un único intervalo, representándolo en la recta real.

5. $\left(-\infty, \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ **b)** $\left(-\infty, \frac{4}{3}\right) \cap \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ **c)** $[-2, 0] \cup (0, 3)$ **d)** $[-2, 0] \cap (0, 3)$

2. Dados los intervalos y semirrectas $A = [-3, +\infty)$, $B = (-\infty, 4)$, $C = (-2, 2]$ y $D = (3, 8)$ calcula:

a) $(A \cup B) \cap C$ **b)** $B \cup (C \cap D)$ **c)** $(A \cap B) \cup C$ **d)** $B \cap (C \cup D)$

LOGARITMOS

1. Calcula, utilizando la definición, los siguientes logaritmos.

a) $\log_3 81$
b) $\log_2 1024$
c) $\log_2 0{,}25$
d) $\log_3 0{,}\widehat{1}$
e) $\ln \sqrt[5]{e^2}$
f) $\log_\pi 1$
g) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{4}$
h) $\log_{\sqrt[3]{2}} \frac{1}{\sqrt{2}}$

2. Utiliza la fórmula del cambio de base y la calculadora para hallar los siguientes logaritmos.

a) $\log_2 5$
b) $\log_3 35$
c) $\log_5 17$
d) $\log_{11} 0{,}5$

3. Decide si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas.

a) Una base de un logaritmo es válida siempre que sea mayor que 0.
b) Únicamente se pueden calcular logaritmos de números que no sean negativos.
c) El resultado de un logaritmo nunca puede ser negativo.
d) Para cualquier logaritmo se cumple que $\log_b(A + B) = \log_b A \cdot \log_b B$.
e) El logaritmo en cualquier base de 1 siempre es 0.

4. Suponiendo que $\log_2 A = 0{,}7$ y que $\log_2 B = -1{,}4$, calcula:

a) $\log_2(2B^5)$
b) $\log_2\left(\frac{4A}{B}\right)$
c) $\log_2\left(\frac{\sqrt[3]{A}}{B}\right)$
d) $\log_2\left(\sqrt{\frac{B}{16A}}\right)$

5. Expresa mediante un único logaritmo:

a) $2\log x + 3\log y - \log 5$

b) $2 + \log x - \frac{1}{3}\log y - \log z$

UNIDAD 2: EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones polinómicas

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ b) $2x^4 - 5x^2 + 3 = 0$ c) $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$ d) $x^5 - 5x^3 + 4x = 0$

1. Resuelve las siguientes ecuaciones racionales:

a) $\dfrac{6x}{2x-4} = \dfrac{3x^2-1}{x^2-4}$

c) $\dfrac{6}{x^2-5x+6} + 1 = \dfrac{9+x}{x-2}$

b) $\dfrac{2x}{x^2-2x+1} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{2x+1}{x+1}$

d) $\dfrac{2x}{x-1} + \dfrac{x+2}{x+1} = \dfrac{12x+10}{x^2-1}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales:

a) $\sqrt{4x+1} = x - 1$

d) $\sqrt{2x-1} - 1 = \sqrt{x-1}$

b) $x + 3 = \sqrt{10x+9}$

e) $\sqrt{3x+7} = 3 - \sqrt{8+7x}$

c) $\dfrac{2}{\sqrt{x}} = \dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones

a) $\left.\begin{array}{l} x - 2y + z = 3 \\ -x + y - 2z = 1 \\ 2x - 3y + z = 2 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} x - y + 3z = 4 \\ 2x - y - z = 6 \\ 3x - 2y + 2z = 10 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 2x - y + 3z = 6 \\ 4x - 2y + 6z = 9 \\ x - y + z = 3 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} x - y + z + t = 4 \\ 2x + y - 3z + t = 4 \\ x - 2y + 2z - t = 3 \\ x - 3y + 3z - 3t = 2 \end{array}\right\}$ e) $\left.\begin{array}{l} x - y - z + t = 1 \\ 3x + y + z + 2t = 0 \\ 2x + 3y + z + t = 1 \\ -x + z - t = -2 \end{array}\right\}$

1. **En la actualidad las edades de una madre y su hijo suman la edad del padre, 38 años, y cuando nació el hijo la suma de las edades de los padres era 61. ¿Cuántos años han de pasar para que la edad de la madre sea 5 veces la del hijo?**

2. **Hace 5 años la edad de un padre era 7 veces la del hijo, mientras que el hijo tenía la sexta parte de la edad de la madre. Si dentro de siete años la edad del padre será el triple que la del hijo, ¿qué edad tendrán entonces cada uno?**
3. **Halla un número de tres cifras si se sabe que sus cifras suman 15, la cifra de las unidades es cuatro veces mayor que la de las decenas y la diferencia entre el número que resulta de intercambiar la cifra de las centenas y las unidades y el número original es 297 unidades.**
4. **Encuentra un mútiplo de 10 de 4 cifras de tal manera que sus cifras suman 16 y si se intercambian las cifras de las decenas y centenas el número disminuye en 90 unidades, mientras que si se intercambian las cifras de las unidades de millar y las centenas el número aumenta en 3600 unidades.**

5. Se desea hacer una mezcla con tres clases de café. Uno tiene un 30 % de torrefacto y un 70 %de natural y cuesta 8 €/kg; otro tiene mitad de cada tueste y cuesta 9 €/kg y el último solo tiene tueste natural y cuesta 6 €/kg. ¿Cuántos kg hay que tomar de cada café para obtener 100 kg de café que tenga un 65 % de tueste natural y cueste 8,15 €/kg?

4. Un mayorista de café disponede tres tipos base, Moka, Brasil y Colombia, para preparar tres tipos de mezcla, *A*, *B* y *C*, que envasa en sacos de 60 kg. Con los siguientes contenidos en kilos y precio del kilo en euros.

	Mezcla *A*	Mezcla *B*	Mezcla *C*
Moka	15	30	12
Brasil	30	10	18
Colombia	15	20	30
Precio (cada kg)	4	4,5	4,7

Suponiendo que el preparado de las mezclas no supone coste alguno, ¿cuál es el precio de cada uno de los tipos base de café?

5. Un comercio vende tres tipos de papel, *A*, *B* y *C*.El precio original de cada paquete de tipo *A* es de 1,40 €, el del tipo *B* es de 1,80 € y el del tipo *C* 2,20 €. El precio de venta de cada paquete se incrementa en un 40 % en el caso del tipo *A*, un 45 %, en el tipo *B* y un 50 %, en el tipo *C*. El comercio ha abonado a la fábrica un total de 830 € en el último pedido y calculado un beneficio de 385 €. Si los paquetes de tipo *B* y *C* suponenen juntos el doble que los de tipo *A*, ¿cuántos paquetes de cada tipo había en el pedido?

INECUACIONES

1. Halla la solución (región factible) de cada sistema de inecuaciones.

a) $\begin{cases} x+y \le 1 \\ x+2y \ge 1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 4x+2y < 8 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 6x-y > 0 \\ -3x+5y \le -2 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x \le y-2 \\ 2x+y > 2 \\ x+y \le -2 \end{cases}$

UNIDAD 3: FUNCIONES I

1. Halla el dominio de las siguientes funciones.

a) $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 7x + 10}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 13}$

e) $f(x) = \dfrac{x^2 - 5}{x + 7}$

f) $f(x) = 2^{\sqrt{x}}$

g) $f(x) = \dfrac{x - 3}{x^2 - 1}$

h) $f(x) = \dfrac{-2x}{x^2 + 2x - 15}$

i) $f(x) = \sqrt{x}$

j) $f(x) = \log(2x + 3)$

2. Calcula la inversa de las funciones:

a) $f(x) = \dfrac{x-3}{x+8}$ **b)** $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ **c)** $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 4}}$

REPRESENTACIÓN

3. Representa las siguientes funciones, determina su dominio y calcula $f(-3)$, $f(-2)$, $f(0)$ y $f(3)$.

a) $f(x) = \begin{cases} -5 & \text{si } x \le -3 \\ x^2 & \text{si } -3 < x \le 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x} & \text{si } x \le -1 \\ 2x - 3 & \text{si } -1 < x < 2 \\ -x^2 + 2x + 1 & \text{si } 3 < x \le 5 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{si } x < 3 \\ 2x & \text{si } 3 < x < 6 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} & \text{si } x \le -1 \\ -x + 3 & \text{si } -1 < x < 2 \\ \dfrac{1}{x+1} & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$

INTERPOLACIÓN

1. **Calcula la función polinómica de segundo grado que pasa por los puntos:**

$A(1, -3)$ $B(-2, -21)$ y $C(2, -5)$

Para ello:

a) Escribe la función buscada de la forma descrita más arriba.

b) Calcula los valores de a_0, a_1 y a_2.

c) Simplifica la función.

2. Calcula la función polinómica de tercer grado que pasa por los puntos:

$A(-1, -7)$ $B(1, 1)$ $C(2, 5)$ y $D(4, 43)$

Para ello:

a) Escribe la función buscada de la forma descrita más arriba.

b) Calcula los valores de a_0, a_1, a_2 y a_3.

c) Simplifica la función.

3. Se considera la función exponencial $f(x) = e^x$. Con esta actividad se pretende obtener una función polinómica de tercer grado que se aproxime a la función exponencial en los puntos del intervalo $[-1, 2]$.

a) Completa la siguiente tabla de valores para esta función redondeando a tres decimales:

x	-1	0	1	2
e^x				

b) Con los datos anteriores, calcula el polinomio $P_3(x)$ interpolador de tercer grado.

c) Observa si el polinomio calculado se aproxima de forma adecuada en los puntos del intervalo $[-1, 2]$ completando la tabla:

x	$-0,5$	0,5	0,75	1,75
e^x				

d) ¿Qué pasaría si se utilizara dicho polinomio para obtener el valor de la exponencial en un punto alejado del intervalo considerado? Observa, por ejemplo, lo que ocurre para $x = 10$.

<u>LÍMITES Y CONTINUIDAD</u>

1. Calcula el valor de los siguientes límites.

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{6x^3 - 4x^2 + 8x - 1}{2x^3 - 9x + 8}$ **c)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 + 2x - 1}{x + 5}$ **e)** $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x} - \sqrt{x+1}$ **g)** $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{\sqrt{x+1} - 1}$ **i)** $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \dfrac{2x^2 + x - 1}{2x^2 - 3x + 1}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-2x + 7}{4x^2 + 3x}$ **d)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x^3 + x^2 + 1}}{-x}$ **f)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 5x - 6}$ **h)** $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x+1}{x-3} - \dfrac{4}{x+3} \right)$ **j)** $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2 - 1} - x \right)$

2. Calcula los siguientes límites indicando el tipo de indeterminación a que dan lugar y resolviéndola.

a) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2 + 2x - 1}{-2x^2 + 3x - 5}$

b) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x + \sqrt{x-1}}{3x}$

c) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{3x}{\sqrt{1-x}}$

j) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2x^2 + 1}{x - 1} - \dfrac{4x + 1}{2} \right)$

k) $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\sqrt{2 - x} + x \right)$

l) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x^2 - 5x - 7}{x + 1}$

d) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-\frac{3}{5}x^2}{\frac{1}{5}x^2-4}$

m) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x^2-5x}{x}$

e) $\lim\limits_{x\to 3^+} \left(\dfrac{2}{x-3}-\dfrac{1}{2x^2-5x-3}\right)$

n) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\sqrt{x+2}-1}{x+1}$

f) $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{x^2+2}{x}-\dfrac{x^2-4}{x}\right)$

o) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}$

g) $\lim\limits_{x\to 1^+} \left(\dfrac{x+2}{x^2-2x+1}-\dfrac{1}{x-1}\right)$

p) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}} \dfrac{2x^2-9x+4}{2x-1}$

h) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

q) $\lim\limits_{x\to -\infty} \left[\dfrac{3}{x^2-1}(x+1)\right]$

$\lim\limits_{x\to -2^-} \left(\dfrac{2x}{x+2}-\dfrac{(x+1)^2}{x^2+x-2}\right)$

r) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left[\dfrac{1}{\sqrt{x}}\left(x^2-1\right)\right]$

3. Estudia la continuidad de las funciones y en su caso calcula el valor de los parámetros para que las funciones sean continuas

a) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^x}{e^x+1} & si \quad x\le 0 \\ x^2+1 & si \quad x>0 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} x & si \quad x\le 0 \\ a\cdot e^x+b & si \quad 0<x<1 \\ e^{2x} & si \quad x\ge 1 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x-1 & si \quad x<0 \\ ax+b & si \quad 0\le x<1 \\ 2 & si \quad x\ge 1 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} 3x-1 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{x^2-1}{x-1} & si \quad 1<x<3 \\ x+2 & si \quad x\ge 3 \end{cases}$

UNIDAD 4: FUNCIONES II

1. Calcula la derivada de cada función.

a) $f(x) = 3x^2$

j) $f(x) = \log e^x$

r) $f(x) = \text{arcsen } x\sqrt{x}$

b) $f(x) = -5x^4 + 10x^3 - 6x^2 + x - \dfrac{1}{2}$

k) $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{10x+4}{10x-4}}$

c) $f(x) = (x+4)(2x^2-2)$

l) $f(x) = \sqrt{\ln\dfrac{10x+4}{10x-4}}$

t) $f(x) = \text{sen}(-5x^2+10)$

d) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$

m) $hf(x) = x^{x^2+7}$

u) $f(x) = \cos\sqrt{x+1}$

e) $f(x) = \dfrac{4x^3+9x^2}{3x+5}$

n) $f(x) = (6x-1)^{4x^2}$

f) $f(x) = \sqrt{16x+1}$

ñ) $f(x) = \text{sen}(6x+2)$

w) $f(x) = \ln\dfrac{1}{3x} + 7x^2$

g) $f(x) = \sqrt[3]{-x^2+5}$

y) $f(x) = 6(\ln x)^2 - 10\ln x + 2$

i) $f(x) = \log(3x-2)$

OPTIMIZACIÓN

1º La cotización de las acciones de una determinada sociedad, suponiendo que la bolsa funciona todos los días de un mes de 30 días, responde a la siguiente ley: $C(x) = x^3 - 45x^2 + 243x + 30000$

a) ¿Cual ha sido la cotización en bolsa el 2º día?
b) Determina los días en los que alcanza la cotización máxima y mínima
c) ¿Cuáles son esas cotizaciones?

2º Un individuo ha invertido en acciones de cierta compañía durante los últimos 10 años. El valor de su cartera a lo largo del tiempo (dinero invertido más beneficios, en miles de euros) viene dado por la expresión:

$$f(x) = (x-2)^2 \cdot (1-2x) + 252x + 116$$

a) Determina en que periodos el valor de la cartera creció y en cuales decreció
b) El individuo retira sus ingresos a los 10 años. ¿Cuál habría sido el mejor momento para haberlo hecho? ¿Cuánto pierde por no haberlo retirado en el momento óptimo?

3º.- Una fábrica de automóviles ha realizado un estudio sobre sus beneficios/pérdidas en miles de euros a lo largo de los últimos 10 años y ha comprobado que se ajusta a la función

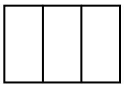
$$F(t) = t^3 - 18t^2 + 81t - 3$$

a) ¿En qué año se producen los valores máximo y mínimo de la función?
b) Determina los periodos de crecimiento y decrecimiento
c) ¿Cuáles son los beneficios máximos y mínimos?
d) ¿Qué resultados obtuvo la empresa en el último año de estudio?

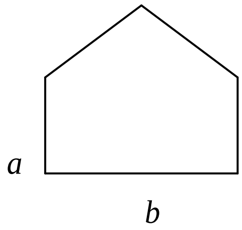
4º.- Una compañía de transporte ha comprobado que el número de viajeros diarios depende del precio del billete según la función $n(p) = 3000 - 6p$ donde $n(p)$ es el número de viajeros cuando p es el precio del billete. Obtén

a) La función que expresa los ingresos diarios (I) de la empresa en función del precio del billete p
b) El precio del billete que hace máximos dichos ingresos
c) ¿Cuánto serán dichos ingresos?

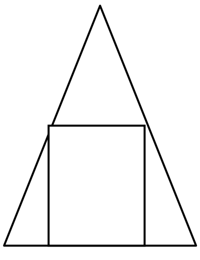
5º.- Un solar rectangular de 11250 m^2 se divide en tres zonas rectangulares iguales para venderlo. Se valla el borde del solar y la separación de las zonas. Calcula las dimensiones del solar para que la longitud de valla utilizada sea mínima.



6º.-El perímetro de la ventana del dibujo mide 6 metros. Los lados superiores forman 90º. Calcula la longitud de los lados a y b para que el área de la ventana sea máxima.



7º.- Hallar las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse en un triángulo isósceles cuya base (lado desigual) mide 8 cm y la altura correspondiente 3 cm (suponiendo que un lado del rectángulo está sobre la base del triángulo)



8º.- Considérese un prisma recto de base rectangular, siendo la longitud de dos de sus lados de la base el doble que los otros dos. Si su área total es de 12 m^2. ¿Qué dimensiones ha de tener para que su volumen sea máximo?

PROBABILIDAD

1º.- Sean los sucesos A y B dos sucesos cualesquiera incompatibles. ¿Pueden ser independientes?

2º.- Sean A y B dos sucesos independientes tales que la probabilidad de que ocurran ambos a la vez es $\frac{1}{6}$ y de que no ocurra ninguno es $\frac{1}{2}$.Calcular $P(A)$ y $P(B)$.

3º.- Demostrar que si los sucesos A y B son independientes también lo son A y $\overline{B}$ y $\overline{A}$ y $\overline{B}$.

4º.- En curso de C.O.U. hay 120 alumnos. 50 estudian Francés, 80 química y 20 Francés y Química. Se elige un estudiante al azar. ¿Qué probabilidad hay de que no estudie ninguna de las dos asignaturas?. Si el alumno elegido estudia Francés, ¿Qué probabilidad hay de que también estudie Química?.

5. Se extraen dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) Que las dos sean figuras.

b) Que alguna sea un as.

c) Que las dos sean de copas.

d) Que las dos sean de oros, pero no figuras.

6. ¿Cuál es la probabilidad de que, obteniendo un número al azar de tres cifras, sea mayor de 700?

7. De los nueve ingenieros que trabajan en un proyecto, dos son ingenieros industriales, un hombre y una mujer, tres son ingenieros civiles, de ellos, dos son hombres, y de los ingenieros agrónomos, tres son mujeres. Elabora la tabla de contingencia y calcula la probabilidad de que escogido uno de los ingenieros al azar:

a) Sea una ingeniera.

b) Sea hombre e ingeniero agrónomo.

8. Se realiza un sorteo extrayendo sin reemplazamiento 3 bolas de una urna en la que se han introducido 5 bolas blancas y 4 bolas negras, explica qué suceso es más probable en cada caso.

a) Obtener más bolas negras que blancas o sacar al menos dos bolas negras.

b) Que se extraiga una bola negra y dos blancas, o que se extraigan tres bolas del mismo color.

c) Que al menos se extraigan dos bolas blancas o que al menos se extraiga una bola negra.

9. Se recogen datos sobre el uso de energías renovables en distintos países de Europa y los resultados muestran que un 65 % de los países utilizan mayoritariamente energía solar, un 2 % utiliza sobre todo energía geotérmica y un 33 % utiliza energía eólica. De los que utilizan energía solar, el 50 % de la población quiere ampliar su uso, un 62 % de la población de los países que utilizan energía geotérmica quiere que se extienda el uso de esta energía y solo el 24 % de los habitantes de los países que utilizan energía eólica desea que se amplíe su uso. Responde:

a) Elegido un país al azar, ¿cuál es la probabilidad de que desee que se extienda el uso de la energía renovable que utiliza?

b) Si sabemos que en uno de los países no se desea extender el uso de la energía renovable, ¿Qué probabilidad hay de que utilice mayoritariamente energía geotérmica?

10º.- El 6% de los coches de una determinada fábrica tienen defecto en el motor, el 8% en la carrocería y el 2% en ambos.

a) Cual es la probabilidad de que un coche tenga al menos un defecto?.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un coche no sea defectuoso?.

11º.- En una universidad en la cual solo hay estudiantes de Arquitectura, de Ciencias y de Letras, terminan la carrera el 5% de arquitectura, el 10% de ciencias y el 20% de letras. Se sabe que el 20% estudia Arquitectura, el 30% Ciencias y el 50% letras. Se elige un estudiante al azar:

a) Probabilidad de que sea de Arquitectura y haya terminado la carrera
b) Si ha terminado la carrera. Probabilidad de que sea de Arquitectura.

12º.- De una urna se hacen extracciones sucesivas de la siguiente manera:

se extrae una bola, y antes de extraer la siguiente se devuelve a la urna añadiendo, además, otra del color. Inicialmente hay una bola blanca y otra negra.

a) Probabilidad de que en la segunda extracción salga bola blanca si en la primera salió bola negra.
b) Probabilidad de que en la segunda extracción salga bola negra.
c) Si en la segunda extracción ha salido negra. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola fuera blanca?.

11º.- Se tienen tres urnas A,B y C. En la urna A hay 3 bolas blancas y 7 negras; en la B 8 blancas y 2 negras; y en la C 5 blancas y 5 negras. Se lanza un dado y si sale 1, 2 ó 3 se sacan dos bolas de la urna A; Si sale 4 ó 5 dos de la B; y si sale 6 dos bolas de la C. Probabilidad de obtener dos bolas del mismo color.

12º.- Una urna contiene 25 bolas blancas sin marcar, 75 bolas blancas marcadas, 125 bolas negras sin marcar y 175 bolas negras marcadas. Se extrae una bola al azar:

a) Probabilidad de que sea blanca.
b) Si está marcada, ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?.

13º.- Un armario tiene dos cajones. El cajón Nº 1 contiene 4 monedas de oro y 2 de plata. El cajón Nº 2 contiene 3 de oro y 3 de plata. Se abre un cajón al azar y se extrae una moneda.

a) Probabilidad de que sea del cajón Nº 2 y de oro.
b) Probabilidad de que se haya abierto el Nº 1 si se ha sacado una moneda de oro.

14º.- En una casa hay tres llaveros A, B y C. El primero tiene 5 llaves, en el segundo 7 y en el tercero 8 de las que solo abre una en cada llavero la puerta del trastero. Se elige al azar un llavero y de él una llave para intentar abrir la puerta. Se pide:

a) Probabilidad de abrir la puerta.
b) Probabilidad de elegir el tercer llavero y que la llave no abra.
c) Si la llave escogida es la correcta. ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca al llavero A?

15º.- Extraemos una carta de una baraja española. Si sale figura, extraemos una bola de la urna I; en caso contrario se extrae de la II.

La composición de las urnas es:

Urna I: 4 bolas blancas y 8verdes.

Urna II: 6 bolas blancas, 3 verdes y 5 rojas.

a) Probabilidad de que la bola sea verde y de la urna II.

b) Probabilidad de que la bola sea blanca.

16º.- En una clase el 40% aprueba filosofía y el 50% matemáticas. La probabilidad de aprobar filosofía habiendo aprobado matemáticas es 0.8. Comprobar que la mitad de la clase suspende ambas asignaturas y calcular el porcentaje de alumnos que teniendo aprobada la filosofía aprueba las matemáticas.

17º.- En un tribunal se examinan el colegio A con 123 alumnos y el colegio B con 77. De A aprueban el 75% y de B el 67%. El alumno X no ha aprobado. ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca a cada uno de los dos centros?.